



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obchodní akademie, Náchod, Denisovo nábřeží 673

Projekt CZ.1.07/1.5.00/34.0439 - EU peníze pro Obchodní akademii Náchod

Číslo-název šablony klíčové aktivity	III/2–Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast	Matematika
DUM	VY_32_INOVACE_MF_159
Téma	Kvadratická rovnice
Autor	Mgr. Kateřina Ruprichová
Anotace	Příklady na počítání kvadratických rovnic.
Druh učebního materiálu	Pracovní list
Věková skupina žáků (popř. ročník)	2. ročník - doplnění výkladu, 4. ročník - opakování
Časový rozsah	40 minut
Nutné technické vybavení	Psací potřeby, kalkulačky

Kvadratické rovnice

Rovnice ve tvaru $ax^2 + bx + c = 0$, kde a, b, c jsou reálná čísla, $a \neq 0$, se nazývá **kvadratická rovnice** (s neznámou x); **ax^2** je její kvadratický člen, **bx** její lineární člen, **c** její absolutní člen.

Obecná kvadratická rovnice: $ax^2 + bx + c = 0$

Diskriminant $D = b^2 - 4ac$ kořeny: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Kvadratická rovnice bez absolutního členu: $ax^2 + bx = 0$, rozklad na součin pomocí vytýkání

kořeny: $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{-b}{a}$

Kvadratická rovnice bez lineárního členu (ryze kvadratická): $ax^2 - c = 0$

kořeny: $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$

Řešení pomocí Viètových vzorců: $x^2 + px + q = 0$, $p, q \in \mathbf{R}$, $p^2 - 4q \geq 0$,

platí: $x_1 + x_2 = -p$ \wedge $x_1 x_2 = q$, x_1, x_2 jsou kořeny rovnice.

Platí tedy: $x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$

Příklady:

1. Řešte v množině \mathbf{R} rovnice (ryze kvadratické):

a) $9x^2 - 16 = 0$

b) $9x^2 + 16 = 0$

c) $2x^2 = 36$

d) $x^2 - 4 = 0$

e) $-3x^2 + 8 = 0$

f) $2y^2 - 0,001 = 0$

Výsledky:

a) $\left[\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right]$, b) $[x \in \emptyset]$, c) $[\sqrt{18}; -\sqrt{18}]$, d) $[2; -2]$, e) $\left[\sqrt{\frac{8}{3}}; -\sqrt{\frac{8}{3}}\right]$, f) $[\sqrt{0,0005}; -\sqrt{0,0005}]$

2. Řešte v množině \mathbf{R} kvadratické rovnice pomocí diskriminantu:

a) $2x^2 + 8x + 15 = 0$

b) $16x^2 - 8x + 1 = 0$

c) $y^2 + 20y = 156$

d) $3y^2 = y + 4$

e) $5x^2 - 20x = 5$

f) $x^2 + 3 = 4\sqrt{3}x$

Výsledky:

a) $[x \in \emptyset]$, b) $\left[\frac{1}{4}\right]$, c) $[-26; 6]$, d) $\left[-1; \frac{4}{3}\right]$, e) $[2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}]$, f) $[2\sqrt{3} - 3; 2\sqrt{3} + 3]$

3. Řešte v množině \mathbb{R} kvadratické rovnice pomocí diskriminantu:

a) $(2x+1)(x-3) + (2x-1)(x+2) = 4x-1$

b) $(4y-3)^2 - (6y+4)^2 = 69$

c) $(x-3)^2 + (x-4)^2 = (x-2)^2$

d) $z(z-\sqrt{3}) - \sqrt{3}(z-1) - (z+\sqrt{3}) = 0$

Výsledky: a) $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$, b) $[x \in \emptyset]$, c) $[3; 7]$, d) $[0; 1+2\sqrt{3}]$

..

4. Řešte v množině \mathbb{R} kvadratické rovnice pomocí diskriminantu:

a) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1} = 0$

b) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} = 0$

c) $\frac{x+1}{x-3} + \frac{x+3}{x-1} = 0$

d) $\frac{3}{x+3} + \frac{3-x}{x} = \frac{11}{10}$

e) $\frac{x+4}{x-4} - \frac{x+5}{x-5} - 1 = 0$

f) $\frac{1}{x+5} + 0,2 = \frac{-1}{5+2x}$

Výsledky:

a) $[1; 2]$, b) $[2]$, c) $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$, d) $\left[-\frac{15}{7}; 2\right]$, e) $[x \in \emptyset]$, f) $\left[\frac{-5(3+\sqrt{3})}{2}; \frac{-5(3-\sqrt{3})}{2}\right]$

5. Řešte v množině \mathbb{R} kvadratické rovnice rozkladem na součin pomocí Viětových vzorců:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $x^2 - 9x + 8 = 0$

c) $x^2 + 7x - 8 = 0$

d) $y^2 + 8y + 15 = 0$

Výsledky: a) $[2; 5]$ b) $[1; 8]$, c) $[-8; 1]$, d) $[-5; -3]$

Zdroje:

Matematika pro gymnázia - Rovnice a nerovnice. Praha 1: Prometheus, spol. s r. o., 2002.
ISBN 80-7196-154-X.

Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. ISBN 80-04-24148-4.